

## تصميم منطقي (المحاضرة الثالثة)

### البوابات المنطقية Logic Gates

وهي عبارة عن دائرة بإشارة إدخال واحدة أو أكثر ولكنها ذات إشارة إخراج واحدة فقط.

#### 1- Not Gate (Inverter) العاكس

وهي بوابة ذات إدخال واحد فقط وإخراج واحد أيضا . وجدول الحقيقة الخاص بالبوابة يكون كالآتي:-

| A | $\bar{A}$ |
|---|-----------|
| 0 | 1         |
| 1 | 0         |

#### 2- AND Gate

وهي عبارة عن دائرة بإشارة ادخالين أو أكثر وإخراج واحد فقط ويقوم بعملية الضرب المنطقي وكما مدون في جدول الحقيقة التالي :-

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$Y = A \cdot B$$

#### 3- OR Gate

وهي عبارة عن دائرة منطقية ذات ادخالين أو أكثر وإخراج واحد فقط ويقوم بعملية الجمع المنطقي وكما مدون في جدول الحقيقة التالي :-

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

$$Y = A + B$$

#### 4- NAND Gate

وهي عبارة عن بوابة AND + NOT

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

### 5- NOR Gate

وهي عبارة عن بوابة OR + NOT

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

$$Y = \overline{A + B}$$

### 6- Exclusive OR Gate

في هذه الدائرة اذا كانت المدخلات متشابهة فالمخرج يساوي (0) واذا كانا مختلفين فيكون المخرج يساوي (1) كما في جدول الحقيقة التالي :-

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

$$Y = A + B$$

### 7- Exclusive NOR Gate

في هذه الدائرة اذا كانت المدخلات متشابهة فالمخرج يساوي (1) واذا كانا مختلفين فيكون المخرج يساوي (0) كما في جدول الحقيقة التالي :-

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$Y = A + B$$

## القواعد والقوانين الخاصة بالجبر المنطقي Boolean Algebra Rules and laws

1-  $A+B = B+A$

قانون التبادل

$A.B = B.A$

2- *Associative Law*

قانون التوحيد

$A+(B+C) = (A+B)+C$

$A(BC) = (AB)C$

3- *Distributive Law*

قانون التوزيع

$A(B+C) = AB+AC$

## القوانين الأساسية للجبر المنطقي Basic Rules of Boolean Algebra

1-  $A+0=A$

2-  $A+1=1$

3-  $A \cdot 0 = 0$

4-  $A \cdot 1 = A$

5-  $A+A=A$

6-  $A+\bar{A}=1$

7-  $A \cdot A=A$

8-  $A \cdot \bar{A}=0$

9-  $\bar{\bar{A}}=A$

10 -  $A+AB=A$

11 -  $A+\bar{A}B=A+B$

12 -  $(A+B)(A+C)=A+BC$

## نظرية دي مورغان Demorgan's Theorem

1-  $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$

متمم حاصل الضرب = مجموع المتممات

2-  $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

متمم المجموع = حاصل ضرب المتممات

*Example 1:-*  $\overline{ABC} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

*Example 2:-*  $\overline{\overline{A + B} + \overline{CD}}$

$(\bar{A} + \bar{B}) \cdot \overline{CD}$

$(\bar{A} + \bar{B}) \cdot CD$

**Example 3:-**  $\overline{(A + B)CD + E + F}$

$$\overline{(A + B) + \overline{CD} \cdot \overline{E} \cdot \overline{F}}$$

$$\overline{(A + B) + \overline{C} + \overline{D} \cdot \overline{E} \cdot \overline{F}}$$

$$\overline{A} \cdot \overline{B} + C + D \cdot \overline{E} \cdot F$$

### Boolean Expression التعبير المنطقية

**1- Sum –of – Product**

جمع الضروب

**Example 4 :-**  $AB + BCD + \overline{BDE}$

**2- Product-of – Sum**

ضرب المجموع

**Example 5:-**  $(A+B)(C+\overline{D}+E)(\overline{E}+F)$

## Simplification Of Boolean Expression تبسيط التعبيرات المنطقية

وتتم عملية التبسيط باستخدام القواعد والقوانين والنظريات بالجبر المنطقي .

**Example 6:- Simplify the Expression**

$$AB + A(B + C) + B(B + C)$$

$$AB + AB + AC + BB + BC$$

$$AB + AC + BB + BC$$

$$AB + AC + B + BC$$

$$AB + AC + B(1+C)$$

$$AB + AC + B$$

$$B(A+1) + AC$$

$$B + AC$$

**Example 7:- Simplify the Expression**

$$[A\bar{B}(C + BD) + \bar{A}\bar{B}]C$$

$$[A\bar{B}C + A\bar{B}BD + \bar{A}\bar{B}]C$$

$$[A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}]C$$

$$A\bar{B}CC + \bar{A}\bar{B}C$$

$$A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$\bar{B}C(A + \bar{A})$$

$$\bar{B}C . 1 = \bar{B}C$$

## The Karnaugh Map مخططات كارنوف

تتكون مخططات كارنوف من مجموعة من الخلايا تعتمد في عددها على عدد المتغيرات الموجودة وفق المعادلة  $N = 2^n$  حيث  $N$  تمثل عدد الخلايا و  $n$  تمثل عدد المتغيرات.

١- مخططات كارنوف للمتغيرين  $A, B$  فتكون  $2^2$  خلايا وبالشكل التالي:-

|   |   |                    |              |
|---|---|--------------------|--------------|
|   | B | 0                  | 1            |
| A | 0 | $\bar{A}\bar{B}^0$ | $\bar{A}B^1$ |
|   | 1 | $A\bar{B}^2$       | $AB^3$       |

**Example 8:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map**

$$F = \sum\{1, 2\} \quad F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

|   |   |                |                |
|---|---|----------------|----------------|
|   | B | 0              | 1              |
| A | 0 | 0 <sup>0</sup> | 1 <sup>1</sup> |
| 1 | 1 | 1 <sup>2</sup> | 3 <sup>3</sup> |

١- مخططات كارنوف ذات ثلاث متغيرات A, B, C فتكون 8 خلايا وبالشكل التالي:-

|   |    |                                      |                                |                          |                                |
|---|----|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------------|
|   | BC | 00                                   | 01                             | 11                       | 10                             |
| A | 0  | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ <sup>0</sup> | $\bar{A}\bar{B}C$ <sup>1</sup> | $\bar{A}BC$ <sup>3</sup> | $\bar{A}B\bar{C}$ <sup>2</sup> |
| 1 | 1  | $A\bar{B}\bar{C}$ <sup>4</sup>       | $A\bar{B}C$ <sup>5</sup>       | $ABC$ <sup>7</sup>       | $AB\bar{C}$ <sup>6</sup>       |

**Example 9:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map**

$$F = \sum\{1, 2, 5, 7\} \quad F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

|   |    |                |                |                |                |
|---|----|----------------|----------------|----------------|----------------|
|   | BC | 00             | 01             | 11             | 10             |
| A | 0  | 0 <sup>0</sup> | 1 <sup>1</sup> | 3 <sup>3</sup> | 1 <sup>2</sup> |
| 1 | 1  | 4 <sup>4</sup> | 1 <sup>5</sup> | 1 <sup>7</sup> | 6 <sup>6</sup> |

٣- مخططات كارنوف ذات اربع متغيرات A, B, C, D فتكون 16 خلايا وبالشكل التالي:-

|    |    |   |                                       |                                       |                                  |
|----|----|---|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
|    | CD | 00  | 01                                    | 11                                    | 10                               |
| AB | 00 | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ <sup>0</sup> | $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ <sup>1</sup> | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ <sup>3</sup> | $\bar{A}B\bar{C}D$ <sup>2</sup>  |
| 01 | 1  | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ <sup>4</sup>       | $\bar{A}BC\bar{D}$ <sup>5</sup>       | $\bar{A}BCD$ <sup>7</sup>             | $\bar{A}BC\bar{D}$ <sup>6</sup>  |
| 11 | 1  | $AB\bar{C}\bar{D}$ <sup>12</sup>            | $AB\bar{C}D$ <sup>13</sup>            | $ABCD$ <sup>15</sup>                  | $ABC\bar{D}$ <sup>14</sup>       |
| 10 | 1  | $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ <sup>8</sup>       | $A\bar{B}C\bar{D}$ <sup>9</sup>       | $A\bar{B}CD$ <sup>11</sup>            | $A\bar{B}C\bar{D}$ <sup>10</sup> |

**Example 10:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map**

$$F = \sum\{0, 1, 5, 10, 11\} \quad F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD$$

|    |    |                |                |                 |                 |
|----|----|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
|    | CD | 00             | 01             | 11              | 10              |
| AB | 00 | 1 <sup>0</sup> | 1 <sup>1</sup> | 3               | 2               |
|    | 01 | 4              | 1 <sup>5</sup> | 7               | 6               |
|    | 11 | 12             | 13             | 15              | 14              |
|    | 10 | 8              | 9              | 1 <sup>11</sup> | 1 <sup>10</sup> |

ملاحظة :- تستخدم مخططات كارنوف لتبسيط الدوال ولتحقيق ذلك نتبع الخطوات التالية :-

- ١ - تمثيل الدالة بمخطط كارنوف وحسب عدد المتغيرات .
- ٢ - تكوين منغلق من الخلايا المتجاورة التي تحتوي على الواحد بشرط أن يتضمن المنغلق على عدد ثنائي من الخلايا ( 2, 4, 8, ) .
- ٣ - نبدأ أولاً بتكوين المنغلق الذي يحتوي على 8 خلايا ثم الذي يحتوي على 4 خلايا متجاورة ومن ثم على 2 خلايا .

ملاحظة :- الخلية الواحدة التي تحتوي على واحد ممكن أن تشارك لأكثر من منغلق على شرط أن يكون المنغلق الجديد يحتوي على واحد لم يستخدم مسبقاً .

|                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 <sup>0</sup>  | 1 <sup>1</sup>  | 1 <sup>3</sup>  | 1 <sup>2</sup>  |
| 4               | 5               | 7               | 6               |
| 1 <sup>12</sup> | 1 <sup>13</sup> | 15              | 14              |
| 1 <sup>8</sup>  | 1 <sup>9</sup>  | 1 <sup>11</sup> | 1 <sup>10</sup> |

**Example 11:- Simplify The Following Function Using Karnaugh Map:-**

$$F = \sum \{ 0, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 \}$$

|                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 <sup>0</sup>  | 1               | 3               | 1 <sup>2</sup>  |
| 4               | 5               | 7               | 6               |
| 1 <sup>12</sup> | 1 <sup>13</sup> | 1 <sup>15</sup> | 1 <sup>14</sup> |
| 1 <sup>8</sup>  | 1 <sup>9</sup>  | 1 <sup>11</sup> | 1 <sup>10</sup> |

ويكون التبسيط بالشكل التالي:-

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

$$F = A + \overline{B}\overline{D}$$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

$$\overline{B}\overline{D}$$

Example 12:- Simplify The Following Function Using Karnaugh Map:-

$$F = \sum\{0, 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 14\}$$

|   |    |    |    |   |    |
|---|----|----|----|---|----|
| 1 | 0  | 1  | 1  | 1 | 2  |
| 4 | 5  | 7  | 6  |   |    |
| 1 | 12 | 13 | 15 | 1 | 14 |
| 1 | 8  | 1  | 1  | 1 | 10 |

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |

$$F = \overline{B} + A\overline{D}$$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

$$A\overline{D}$$

Example13:- Simplify using karnaugh map a logic circuit of 4-input A,B,C and D, the output will be (1) when ( D=0 ).

Example14:- simplify using karnaugh map a logic circuit of 4-input A,B,C and D, the output will be (1) when (AB+D=1).